

ANALISIS RISIKO PORTOFOLIO MENGGUNAKAN METODE SIMULASI MONTE CARLO *CONTROL VARIATES*

Irene Maylinda Pangaribuan^{1§}, Komang Dharmawan², I Wayan Sumarjaya³

¹Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Udayana [Email: maylinda.irine@gmail.com]

²Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Udayana [Email: k.dharmawan@unud.ac.id]

³Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Udayana [Email: sumarjaya@unud.ac.id]

[§]Corresponding Author

ABSTRACT

Value at Risk (VaR) is a method to measure the maximum loss with a certain level of confidence in a certain period. Monte Carlo simulation is the most popular method of calculating VaR. The purpose of this study is to demonstrate control variates method as a variance reduction method that can be applied to estimate VaR. Moreover, it is to compare the results with the normal VaR method or analytical VaR calculation. Control variates method was used to find new returns from all stocks which are used as estimators of the control variates. The new returns were then used to define parameters needed to generate N random numbers. Furthermore, the generated numbers were used to find the VaR value. The method was then applied to estimate a portfolio of the game and esports company stocks that are EA, TTWO, AESE, TCEHY, and ATVI. The results show Monte Carlo simulation gives VaR of US\$41.6428 within 1000 simulation, while the analytical VaR calculation or normal VaR method gives US\$30.0949.

Keywords: Monte Carlo-control variates, normal VaR, analytical VaR calculation, VaR

1. PENDAHULUAN

Investasi merupakan kegiatan untuk menanamkan modal atau uang pada suatu aset pada masa kini dan mengharapkan suatu keuntungan pada masa depan. Investor umumnya menanamkan modal pada aset riil dan aset finansial. Berdasarkan Seitz (2021), industri *game* memiliki pemasukan tiga kali lipat lebih tinggi daripada industri film. Pasar pada industri ini disebutkan akan menghasilkan pendapatan sebesar \$189,3 miliar pada tahun 2021. Ketertarikan investor dalam menanamkan modal pada saham di industri *game* khususnya pada saham Electronic Arts Inc. (EA), Allied Esports Entertainment Inc. (AESE), Activision Blizzard, Inc. (ATVI), Take-Two Interactive Software, Inc. (TTWO), dan Tencent Holdings Limited (TCEHY) mengharuskan para investor mempunyai keputusan yang kuat untuk berinvestasi pada industri *game* dan *esports*. Oleh karena itu, memahami dan mengukur risiko merupakan aspek penting untuk menghadapi ketidakpastian aktivitas pasar.

Value at Risk (VaR) adalah salah satu metode pengukuran risiko. Metode ini dapat menghitung kerugian maksimum pada suatu tingkat kepercayaan dan periode horizon tertentu. Terdapat tiga metode yang dapat digunakan untuk menghitung VaR yaitu metode varians-kovarians, metode simulasi historis (*historical simulation*), dan metode simulasi Monte Carlo. Metode Monte Carlo merupakan metode yang paling efektif dalam menghitung nilai VaR. Untuk meningkatkan efisiensi dari metode ini bisa dilakukan dengan pengurangan varians dari estimator dengan menggunakan metode *control variates* karena metode ini mampu untuk meningkatkan efisiensi Metode Monte Carlo (Glasserman, 2003).

Penelitian yang dilakukan Astuti (2020), menghitung VaR menggunakan metode Monte Carlo standar pada portofolio optimal indeks LQ-45. Pada Artanadi (2017), melakukan perhitungan opsi beli tipe Asia menggunakan metode Monte Carlo standar dan *control variates*. Hasil dari *control variates* lebih cepat

menuju konvergen dibandingkan Monte Carlo standar. Pada penelitian ini, risiko pada portofolio saham EA, TTWO, AESE, TCEHY, dan ATVI dianalisis. Penelitian ini bertujuan untuk mengestimasi VaR menggunakan metode Monte Carlo *control variates* dan hasilnya dibandingkan dengan VaR yang dihitung secara analitis.

Return merupakan perubahan yang relatif pada harga dari aset finansial selama interval waktu tertentu (Danielsson, 2011). Perhitungan *return* dapat menggunakan rumus:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (1)$$

dengan r_t merupakan *return* pada saat t , P_t merupakan penutupan harga saham pada hari t , dan P_{t-1} adalah penutupan harga saham pada hari $t - 1$.

Sebelum menghitung risiko dengan menggunakan simpangan baku, diperlukan nilai *return* ekspektasi yang dihitung menggunakan:

$$\hat{r} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N r_t \quad (2)$$

selanjutnya dihitung simpangan baku. Jika semakin tinggi simpangan baku dari *return*, maka semakin tinggi variabilitasnya dan semakin tinggi risiko investasinya. Simpangan baku dapat dihitung menggunakan rumus :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (r_t - \hat{r})^2}{N - 1}} \quad (3)$$

Dalam Jorion (2007), *return* dari sebuah portofolio dengan N aset dapat dibentuk menggunakan notasi matriks, sehingga dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} r_p &= \omega_1 r_1 + \omega_2 r_2 + \dots + \omega_N r_N \\ &= [\omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_N] \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_N \end{bmatrix} \\ &= \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{r} \end{aligned} \quad (4)$$

dengan $\boldsymbol{\omega}^T$ merupakan *transpose* dari $\boldsymbol{\omega}$ dan \mathbf{r} adalah matriks *return* setiap aset. Varians pada portofolio dalam notasi matriks dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sigma_p^2 = \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\omega} \quad (5)$$

dengan matriks varians-kovarians ($\boldsymbol{\Sigma}$) adalah

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \sigma_{N,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1,N} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix}$$

Value at Risk (VaR) adalah metode pengukuran risiko. Secara umum VaR merangkum kemungkinan terburuk yang terjadi pada suatu periode horizon yang nilainya tidak melampaui pada suatu tingkat kepercayaan tertentu. Nilai VaR pada periode Δt dan tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dirumuskan dengan:

$$\text{VaR}_{(1-\alpha)}(\Delta t) = W_0 R^* \sqrt{\Delta t} \quad (6)$$

dengan R^* menyatakan kuantil distribusi *return*. Berdasarkan Danielsson (2011), untuk menghitung nilai dari VaR secara analitis atau VaR normal dengan menggunakan rumus:

$$\text{VaR}(\alpha) = \sigma \times \gamma(\alpha) \times W_0 \quad (7)$$

dengan $\gamma(\alpha)$ adalah kuantil distribusi dengan level signifikansi (α).

Metode *control variates* merupakan salah satu metode mereduksi varians dari metode Monte Carlo. Metode ini salah satu metode yang paling efektif untuk meningkatkan efisiensi Metode Monte Carlo (Glasserman, 2003). Untuk menentukan variabel acak $f^*(U)$ berdasarkan pada *control variates*

$$f^*(U) = f(U) + c [E(g(U)) - g(U)] \quad (8)$$

dengan $f(U)$ adalah fungsi variabel acak U dan $g(U)$ adalah suatu fungsi variabel acak U yang lain dan sebarang konstanta $c \in \mathbb{R}$. Untuk c dapat dihitung dengan:

$$c = \frac{\text{Cov}(f(U), g(U))}{\sigma_{g(U)}^2} \quad (9)$$

Mean Variance Efficient Portfolio (MVEP) merupakan metode untuk membentuk portofolio optimal. MVEP adalah sebuah kerangka investasi untuk pemilihan dan pembentukan portofolio investasi yang berdasarkan pada pemaksimalan *return* dan meminimalkan risiko investasi secara

bersamaan. Pembobotan portofolio menggunakan *MVEP* yaitu:

$$\omega = \frac{\Sigma^{-1} \mathbf{1}_N}{\mathbf{1}_N^T \Sigma \mathbf{1}_N} \quad (10)$$

dengan Σ^{-1} adalah balikan (*invers*) dari matriks varians-kovarians (Maruddani dan Purbowati, 2009).

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data sekunder berupa harga penutupan harian saham-saham Electronic Arts Inc. (EA), Allied Esports Entertainment Inc. (AESE), Activision Blizzard, Inc. (ATVI), Take-Two Interactive Software, Inc. (TTWO), Tencent Holdings Limited (TCEHY) periode Januari 2018 hingga Agustus 2020. Data-data ini diperoleh dari <https://finance.yahoo.com>. Langkah-langkah yang dilakukan adalah :

1. Mencari data saham dari perusahaan EA, TTWO, AESE, TCEHY, ATVI.
2. Pengukuran VaR menggunakan metode Monte Carlo *control variates*.
 - a) Membentuk penduga *control variates*.
 - b) Menghitung nilai *return* baru pada setiap aset pembentuk portofolio dengan menggunakan penduga *control variates* pada langkah (a).
 - c) Menghitung nilai parameter untuk setiap variabel dan korelasi antar variabel. Parameter yang dibutuhkan adalah rata-rata *return control variates* setiap aset pembentuk portofolio, simpangan baku *return control variates* setiap aset, dan matriks varians-kovarians.
 - d) Membangkitkan secara acak semua *return control variates* pada langkah (b) menggunakan parameter yang didapat pada langkah (c) sebanyak n buah.
 - e) Menghitung estimasi kerugian maksimum pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$.
 - f) Menghitung nilai VaR dengan persamaan (6).
 - g) Ulang langkah (d) hingga langkah (f) sebanyak N kali.
 - h) Menghitung rata-rata VaR pada langkah (g).
3. Perhitungan VaR secara analitis atau VaR normal dengan menggunakan persamaan (7).

4. Membandingkan hasil perhitungan VaR pada metode Simulasi Monte Carlo *Control variates* dan perhitungan VaR analitis.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. VaR Monte Carlo-Control variates

Pertama-tama mencari nilai *return* dengan menggunakan persamaan (1). *Return* yang sudah dicari dinotasikan dengan $f(U)$. Setelah mendapatkan nilai *return* dari hari pertama hingga ke- n , menghitung nilai *return* ekspektasi dari setiap saham menggunakan persamaan (2). Nilai *return* ekspektasi pada setiap saham dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. *Return* Ekspektasi Harian Tiap Saham

Saham	<i>Return</i> ekspektasi (\hat{r})
AESE	-0,00255
ATVI	0,00042
EA	0,000362
TCEHY	0,000349
TTWO	0,000622

Setelah mencari nilai dari *return* ekspektasi selanjutnya mencari nilai simpangan baku dari tiap saham dengan menggunakan persamaan (3). Nilai simpangan baku dari tiap saham disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Simpangan Baku *Return* Ekspektasi Tiap Saham

Saham	Simpangan Baku (σ)
AESE	0,057726
ATVI	0,024195
EA	0,022491
TCEHY	0,02308
TTWO	0,02508

Lebih lanjut lagi dicari nilai *return control variates* (CV). Tahap pertama yang dilakukan dalam pembentukan *return* CV adalah dengan membuat variabel *return* baru yang disebut $g(U)$. *Return* baru ($g(U)$) dibangkitkan dengan menggunakan sintaks `norminv` pada MATLAB. Pembangkitan *return* $g(U)$ berdasarkan parameter *mean* dan simpangan baku dari *return* $f(U)$. Setelah membangkitkan *return* baru $g(U)$, dicari nilai *return* ekspektasi, simpangan baku, dan variansnya yang ditampilkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai *Return* Ekspektasi Harian, Simpangan Baku, Varians Tiap Saham

Saham	<i>Return</i> ekspektasi(\bar{r})	Simpangan Baku(σ)	Varians (Var)
AESE	-0,005867	0,05662	0,0032059
ATVI	-0,0009728	0,023732	0,0005632
EA	-0,0009324	0,02206	0,0004866
TCEHY	-0,0009790	0,02263	0,0005124
TTWO	-0,0008216	0,02459	0,0006051

Sebelum menyimulasikan nilai *return* CV, diperlukan nilai c yang dicari menggunakan persamaan (9). Berikut adalah nilai c pada masing-masing saham yang disajikan pada Tabel 4 dan sebagai contoh untuk menghitung nilai c pada saham AESE adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} c_{AESE} &= \frac{\text{Cov}(f(U), g(U))}{\sigma_{\xi}^2} \\ &= \frac{-0,0000005916666}{0,0032059042} \\ &= -0,00018455. \end{aligned}$$

Tabel 4. Nilai c Pada Tiap Saham

Saham	c
AESE	-1,845552
ATVI	-0,051094
EA	-0,0922133
TCEHY	0,0016080
TTWO	-0,05726711

Setelah diperoleh nilai c dari setiap saham, dicari *return* CV dengan menggunakan persamaan (8). Pada saham AESE, perhitungan untuk mencari *return* CV hari pertama (r_1^*) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} r_1^* &= f(U) + c [E(g(U)) - g(U)] \\ &= r_1 + c [E(g(U)) - g(U)_1] \\ &= 0,0052056 + (-1,84555) \\ &\quad [-0,005867 - (-0,03827)] \\ &= 0,00519965. \end{aligned}$$

Dari hasil perhitungan *return* CV tersebut, didapatkan bahwa varians dari *return* CV lebih kecil daripada varians *return* awal yang ditunjukkan dalam Tabel 5.

Tabel 5. Perbandingan Varians *Return* Awal dengan *Return* CV Tiap Saham

Saham	Varians <i>return</i> awal ($\sigma_{f(U)}^2$)	Varians <i>return</i> CV ($\sigma_{f^*(U)}^2$)
AESE	0,0033322987	0,0033322986
ATVI	0,00058541	0,000583949
EA	0,00050584	0,0005017
TCEHY	0,000532674	0,000532672
TTWO	0,00062898	0,00062701

Setelah mendapatkan *return* CV, dicari nilai dari *return* ekspektasi dan simpangan baku dari *return* CV dengan menggunakan persamaan (2) dan persamaan (3) dan menghasilkan hasil sesuai dengan Tabel 6.

Tabel 6. Nilai *Return* Ekspektasi CV Harian dan Simpangan Baku *Return* CV

Saham	<i>Return</i> Ekspektasi CV (\bar{r}_{CV})	Simpangan Baku CV (σ_{CV})
AESE	-0,00255	0,0577260
ATVI	0,000419	0,0241650
EA	0,0003617	0,0223987
TCEHY	0,000349	0,0230797
TTWO	0,0006215	0,0250403

Pada tahap ini, ditentukan bobot yang ditetapkan pada portofolio menggunakan metode MVEP. Bobot yang dihasilkan melalui perhitungan dengan menggunakan persamaan (10) adalah 0,0649 atau 6,49% pada saham AESE; 0,1317 atau 13,17% pada saham ATVI; 0,3107 atau 31,07% pada saham EA; 0,3687 atau 36,87% pada saham TCEHY; dan 0,1240 atau 12,4% pada saham TTWO.

Apabila dana awal yang diinvestasikan pada portofolio AESE, ATVI, EA, TCEHY, dan TTWO adalah US\$1.000 dengan tingkat kepercayaan sebesar 95% dengan periode satu hari dan pengulangan sebanyak 1.000 kali menghasilkan VaR sebesar 41,6428. Hal ini dapat diartikan dengan tingkat kepercayaan sebesar 95% kerugian yang akan dialami pada portofolio AESE, ATVI, EA, TCEHY, dan TTWO tidak akan melebihi US\$41,6428 dalam satu hari jika investor tidak merubah komposisi portofolionya.

Pada perhitungan VaR portofolio ini mendapatkan hasil *standar error* (SE) sebesar 0,0661. Hal ini berarti dengan pengulangan sebanyak 1000 kali mendapatkan hasil SE yang cukup mendekati 0, sehingga nilai VaR ini cepat menuju konvergen.

3.2. VaR Analitis atau VaR Normal

Setelah mendapatkan hasil VaR menggunakan metode Monte Carlo *control variates*, dihitung nilai VaR secara analitis. Pertama-tama dihitung nilai simpangan baku dari portofolio dengan menghitung akar pangkat dua persamaan (5) yaitu:

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\omega' \Sigma \omega} \\ &= 0,0182964\end{aligned}$$

Level signifikansi yang digunakan adalah 0,05. Untuk mencari nilai dari $\gamma(0,05)$ dengan menggunakan sintaks `norminv(p)` pada Matlab yaitu bernilai $-1,6449$. Dana awal (W_0) yang diinvestasikan sebesar US\$1.000. Maka nilai VaR adalah

$$\begin{aligned}\text{VaR}(0,05) &= \sigma \times \gamma(0,05) \times W_0 \\ &= 0,0182964 \times -1,6449 \\ &\quad \times 1000 \\ &= -30,0949.\end{aligned}$$

Hal ini berarti jika investor menanamkan modal mereka sebesar US\$1.000, maka dengan tingkat kepercayaan 95% atau level signifikansi 0,05 investasi tidak akan memberikan kerugian melebihi US\$30,0949.

3.3. Perbandingan Hasil

Hasil perhitungan VaR secara analitis yaitu US\$30,095 dan hasil menggunakan metode simulasi Monte Carlo-*control variates* yaitu US\$41,64.

Hasil yang didapatkan dengan menggunakan metode *control variates* menghasilkan hasil yang lebih besar dibandingkan dengan perhitungan VaR secara analitis.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1. Kesimpulan

Dari hasil pembahasan yang sudah diuraikan, didapatkan suatu kesimpulan sebagai berikut:

1. Perhitungan VaR dengan menggunakan metode Monte Carlo-*control variates* dapat dilakukan dimulai dengan menghitung return *control variates*. Untuk menentukan nilai return CV diperlukan variabel pengontrol, sehingga mengurangi nilai varians pada return CV. Setelah mendapatkan nilai return CV, selanjutnya membentuk portofolio dengan menggunakan metode MVEP yang memerlukan matriks varians-kovarians saham. Selanjutnya perhitungan VaR dilakukan dengan pembangkitan bilangan acak dan pengulangan sebanyak N kali.
2. Apabila investor menanamkan modal sebesar US\$1.000, maka diperoleh nilai VaR dengan metode Monte Carlo *control variates* sebesar US\$41,6428 sementara perhitungan VaR secara analitis sebesar US\$30,0949. Metode Monte Carlo-*control variates* memberikan hasil yang lebih besar dibandingkan dengan perhitungan VaR analitis.

4.2. Saran

Untuk penelitian selanjutnya disarankan menghitung VaR menggunakan metode reduksi varians pada metode Monte Carlo (*antithetic variates*, *importance sampling*, simulasi *crude* Monte Carlo, dan bilangan acak umum (*common random numbers*)) sebagai perbandingan.

DAFTAR PUSTAKA

- Artanadi, N. N. A., Dharmawan, K., & Jayanegara, K. 2017. Penentuan Harga Opsi Beli Tipe Asia dengan Metode Monte Carlo-Control Variate. *E-Jurnal Matematika*, 6(1), 29-36.
- Astuti, I., & Burhanudin, B. N. S. 2020. Analisis Risiko Portofolio Dengan Menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo (Studi Pada Perusahaan yang Terdaftar Indeks LQ45 di Bursa Efek Indonesia Periode 2015-2018). *Jurnal Distribusi*, 995(23), 3-29.
- Danielsson, J. 2011. Financial Risk Forecasting: the Theory and Practice of Forecasting Market Risk with Implementation in R and Matlab (Vol. 588). John Wiley & Sons, Great Britain.
- Glasserman P. 2003. Monte Carlo Methods in Financial Engineering. New York (US):Springer
- I Maruddani, D. A., & Purbowati, A. 2009. Pengukuran *Value at Risk* pada Aset Tunggal dan Portofolio dengan Simulasi Monte Carlo. *Media Statistika*, 2(2), 93-104.
- Jorion, P. 2007. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. The McGraw-Hill Companies, Inc, New York.
- Seitz, Patrick. 2021, 2 Februari. Video *Game Stocks To Buy And Watch, Including Esports Stocks*. Diakses pada 3 Februari 2021, dari <https://www.investors.com/news/technology/video-game-stocks-esports-stocks/>.